

Turbulenzparametrisierung in FOOT3D

Seminar zur Planetarischen
Grenzschicht
20.12.2006
Janina Körper

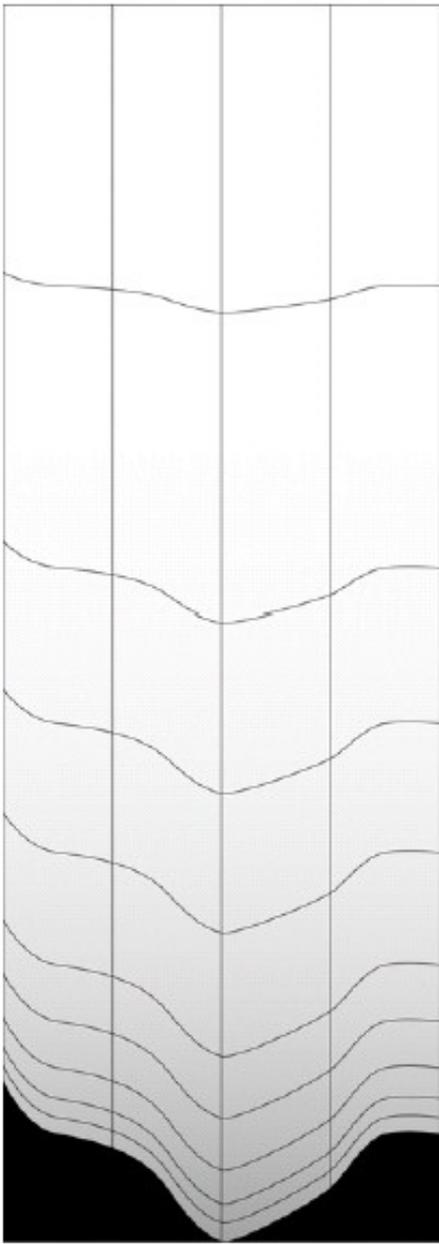
Gliederung

- Einführung in das Koordinatensystem in FOOT3D
- Turbulenzparametrisierung
- Umsetzung in FOOT3D
- Quellen

Orographiefolgendes gestauchtes η - System

Vorteile:

- Strömungsrichtung und Koordinaten sind parallel
- Wir erreichen eine hohe Auflösung in den Bereichen, die uns interessieren



Quelle (9)

Orographiefolgendes η -System

$$\eta = H \frac{z - h}{H - h}$$

H
h

Höhe des Modeloberrandes
Höhe der Topographie

Transformationsbeziehungen:

$$\partial_x \eta = \frac{\eta - H}{H - h} \partial_{\hat{x}} h$$

$$\partial_y \eta = \frac{\eta - H}{H - h} \partial_{\hat{y}} h$$

$$\partial_z \eta = \frac{H}{H - h}$$

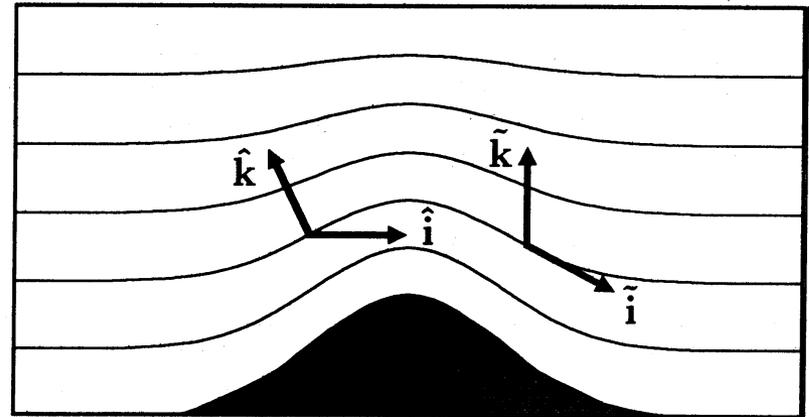


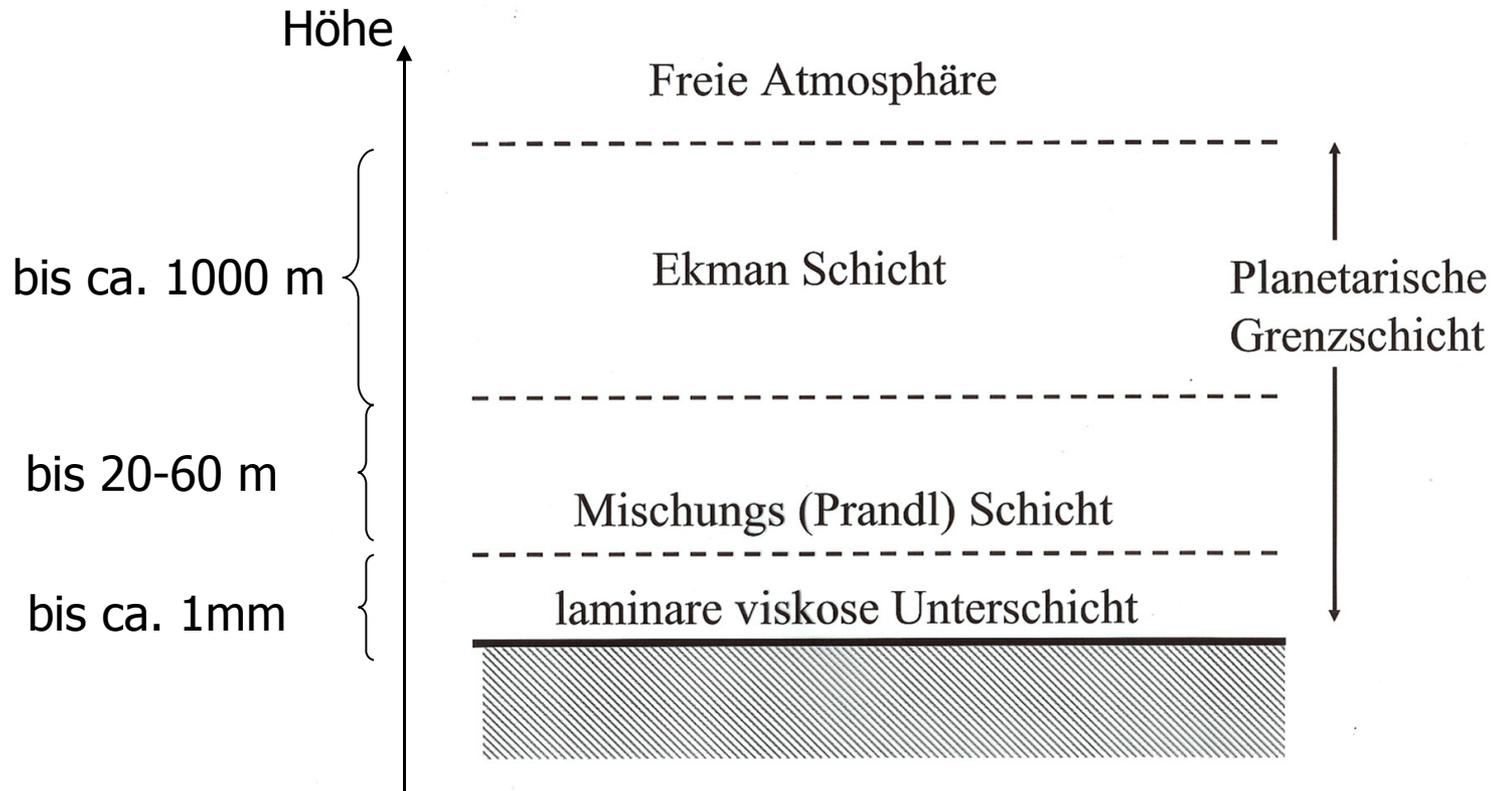
Abbildung 1: Vertikalschnitt mit Linien $\eta = \text{const.}$ und kovarianten (rechts) und kontravarianten (links) Basisvektoren.

Damit wird aus den horizontalen Bewegungsgleichungen:

$$d_t u = \underbrace{-c_p \theta_v (\partial_{\hat{x}} \pi^* + \partial_{x\eta} \partial_{\eta} \pi^*)}_{\text{Druckgradient}} + \underbrace{f \left(v - v_g \frac{\theta_v}{\theta_{v0}} \right)}_{\text{Corioliskraft}} - \underbrace{D_u}_{\text{Divergenz}} + \underbrace{\partial_t u_g}_{\text{lokalzeitliche Änderung}}$$

$$d_t v = \underbrace{-c_p \theta_v (\partial_{\hat{y}} \pi^* + \partial_{y\eta} \partial_{\eta} \pi^*)}_{\text{Druckgradient}} - \underbrace{f \left(u - u_g \frac{\theta_v}{\theta_{v0}} \right)}_{\text{Corioliskraft}} - \underbrace{D_v}_{\text{Divergenz}} + \underbrace{\partial_t v_g}_{\text{lokalzeitliche Änderung}}$$

Aufbau der planetarischen Grenzschicht

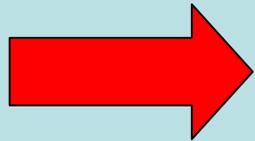


Quelle (4)

Störungsansatz

- Man fängt bei der Navier-Stokes-Gleichung z. B. für die u-Komponente des Windes an:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = - \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) + f v - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$$



Schließungsproblem

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = - \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) + f \bar{v} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \left(\frac{\partial \overline{u'u'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} \right)$$

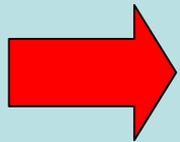
neue Unbekannte

*Gemischte Terme (z.B. $\overline{u'u'}$) werden vernachlässigt; Benutzung der Kontinuitätsgleichung

Gradientansatz

Für Impulsflüsse:

$$F = \overline{u' u'} = -K \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \right)$$



Unbekannte sind nun die Diffusionskoeffizienten

$$e = \frac{\overline{u u + v v + w w}}{2} \quad \text{Turbulente kinetische Energie (TKE)}$$

Der turbulente Fluss einer skalaren Größe φ in Richtung x_i :

$$F_{i\varphi} = \overline{u'_i \varphi'} = -K_{x_i\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial x_i}$$

K Diffusionskoeffizient

Turbulente Flussdivergenz im η -System

$$\begin{aligned}\partial_t \varphi|_{turb} &= -\partial_z \eta \left[\partial_{\hat{x}} (\partial_\eta z F_{x\varphi}) + \partial_{\hat{y}} (\partial_\eta z F_{y\varphi}) + \partial_{\hat{\eta}} (\partial_\eta z F_{\eta\varphi}) \right] \\ &= -\partial_z \eta \left[\partial_{\hat{x}} (\partial_\eta z F_{x\varphi}) + \partial_{\hat{y}} (\partial_\eta z F_{y\varphi}) \right] - \partial_\eta \left[\partial_x (\partial_\eta \eta F_{x\varphi}) + \partial_y (\partial_\eta \eta F_{y\varphi}) + \partial_z (\partial_\eta \eta F_{z\varphi}) \right]\end{aligned}$$

Mit dieser Gleichung können wir also die Entwicklung turbulenter Flüsse bestimmen.

Entwicklungsbedarf: Die Transformierung der Gleichung führt zu (wenn auch sehr geringen) Unterschieden in der numerischen Lösung.

Zentrale Gleichung für die Turbulenzparametrisierung

$$d_t e = \partial_{x_i} (K_{ze} \partial_{x_i} e) + P_b + P_s - \varepsilon$$

mit

$$P_b = \frac{g}{\theta_v} \overline{w'\theta_v'}$$

$$P_s = -\overline{u'_i u'_j} \partial_{x_j} u_i$$

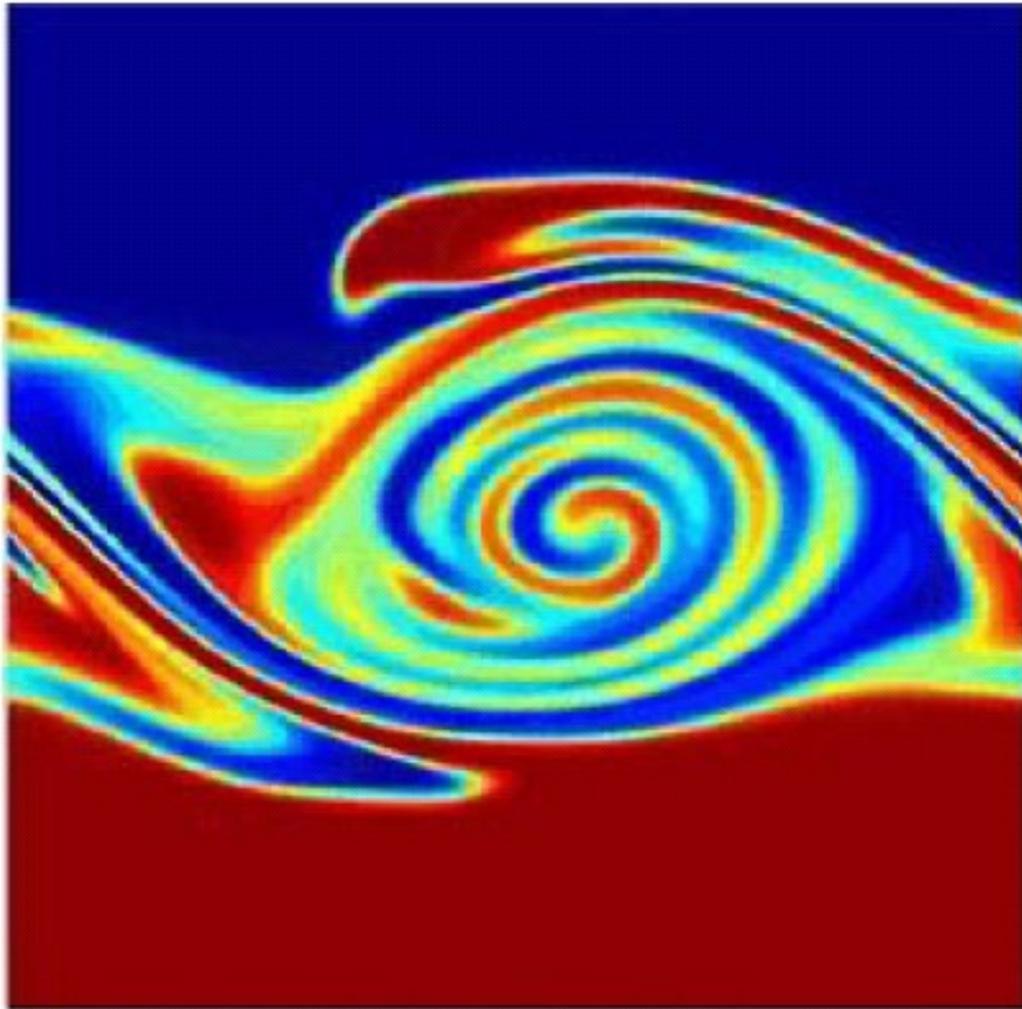
$$\varepsilon = \frac{q^3}{0.74l}$$

P_s Scherungsterm

P_b Auftriebsterm

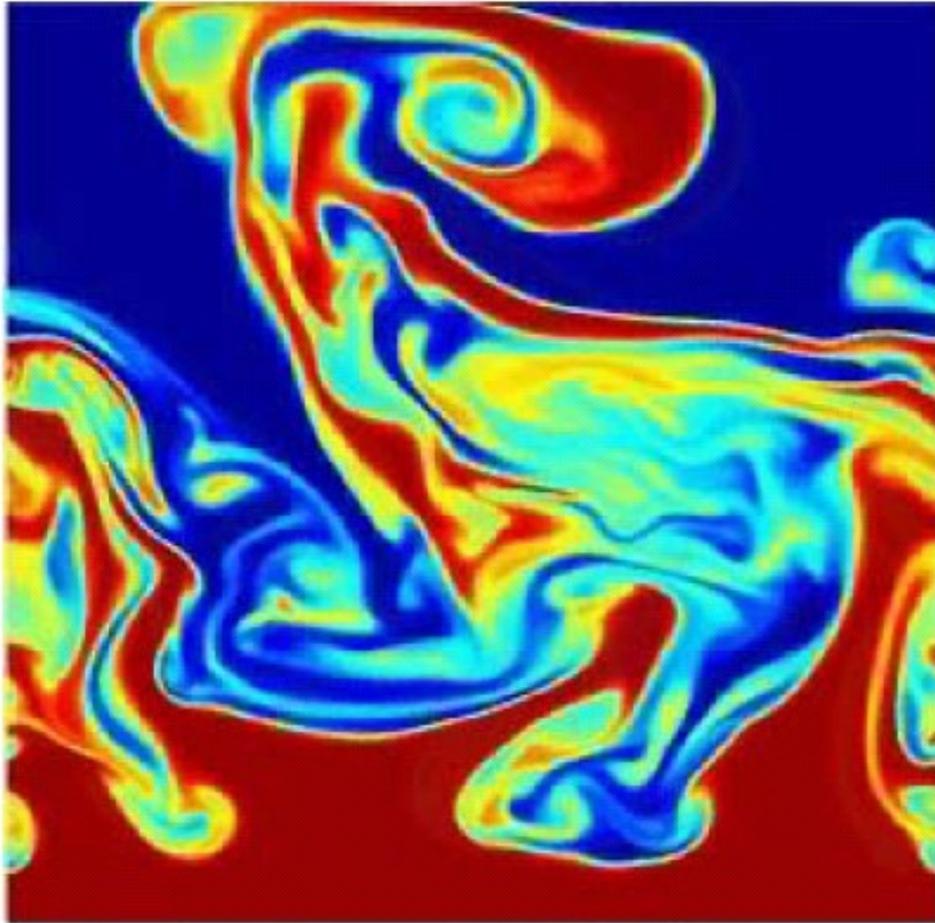
ε Dissipation

l Mischungsweglänge



Scherung

Quelle (7)



Auftrieb

Quelle (7)

Zeitliche und räumliche Variabilität der TKE

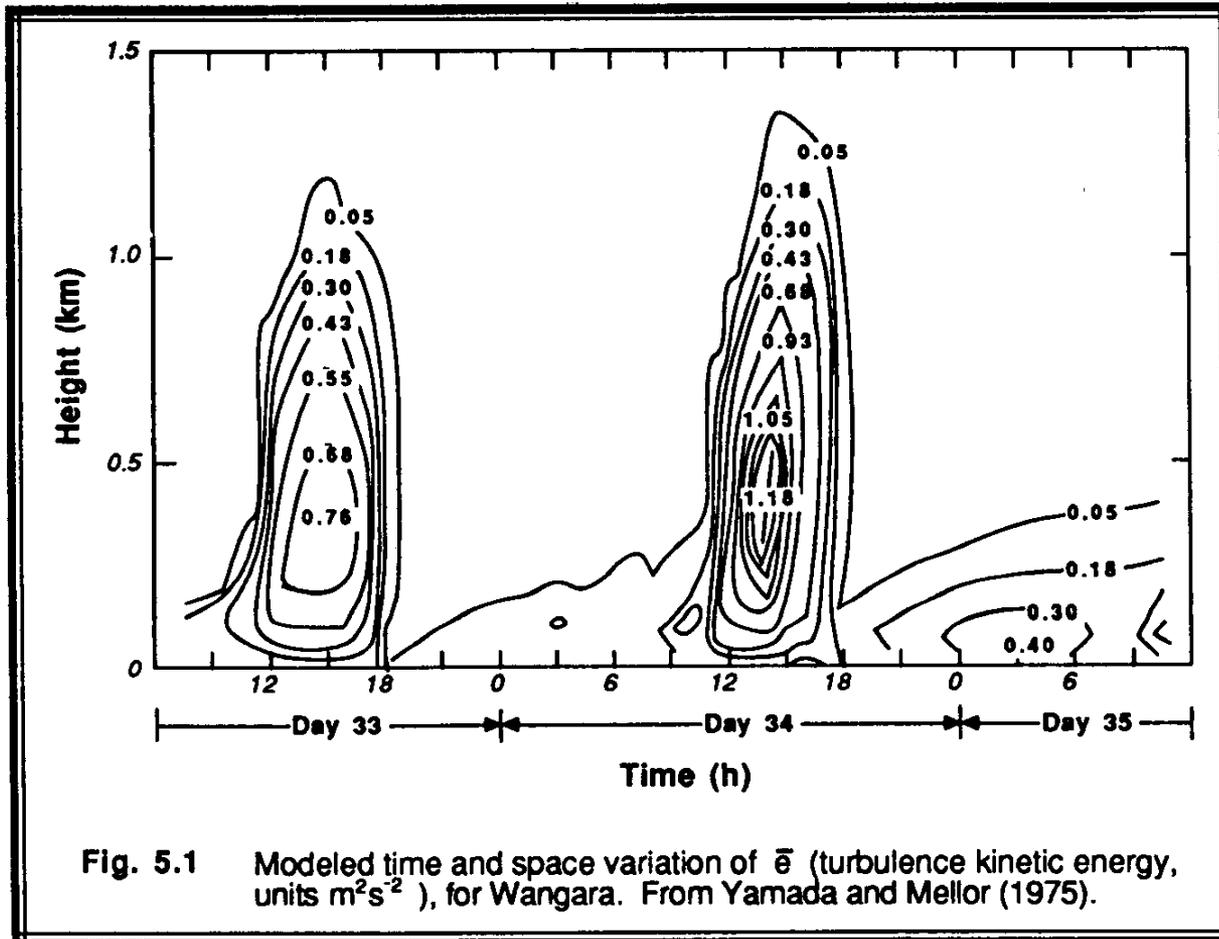


Fig. 5.1 Modeled time and space variation of $\bar{\epsilon}$ (turbulence kinetic energy, units m^2s^{-2}), for Wangara. From Yamada and Mellor (1975).

Berechnung der vertikalen Diffusionskoeffizienten

Diffusionskoeffizient für
die TKE:

$$K_{ze} = l q 0.2$$

Diffusionskoeffizient für
Temperatur und Feuchte:

$$K_{zH} = l q S_H$$

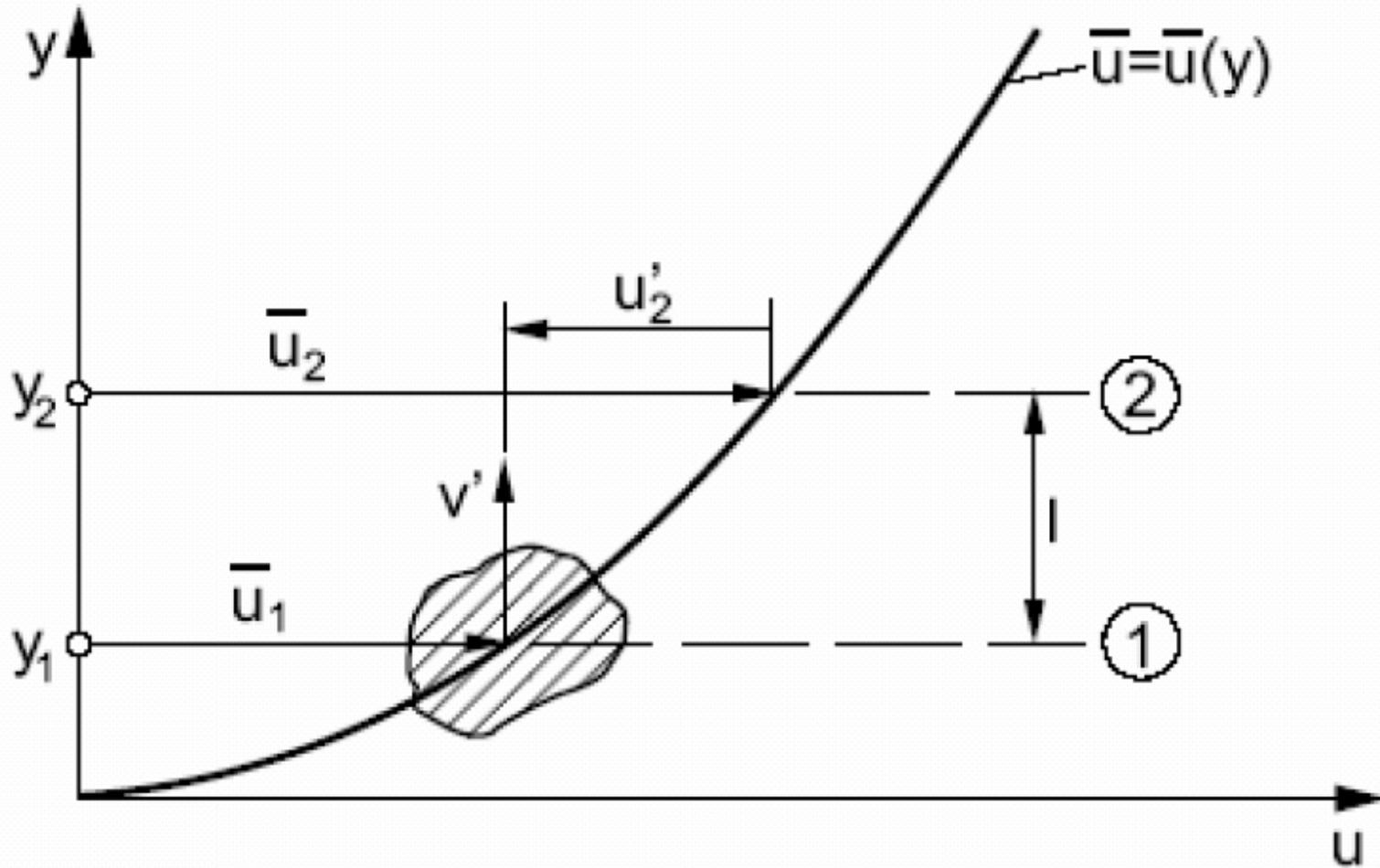
Diffusionskoeffizient für
den Impuls:

$$K_{zM} = l q S_M$$

l ist die Mischungsweglänge

S_H und S_M sind empirische Parameter und Stabilitätsabhängig.
Sie wurden aus vereinfachten diagnostischen Beziehungen für die turbulenten Fluktuationen von Impuls, Temperatur und Feuchte abgeleitet.

Mischungsweglänge



Quelle (8)

Berechnung der Mischungsweglänge

Blackadar-Ansatz

$$l = l_{\infty} \frac{\kappa z}{\kappa z + l_{\infty}} \quad \text{mit der Grenzlänge: } l_{\infty} = 0.1 \frac{\int_0^H q z dz}{\int_0^H q dz}$$

H Höhe des Modelloberandes
κ Karmankonstante=0.4

Berechnung der horizontalen Diffusionskoeffizienten

1. Um Faktor 2.5 erhöhte vertikale Diffusionskoeffizienten (Gross, 1988)
2. Parametrisierung nach Tag (1979)

$$K_{hor} = 0.04 \Delta x \Delta y \sqrt{(\partial_x v + \partial_y u)^2 + 2[(\partial_x u)^2 + (\partial_y v)^2]}$$

Die Parametrisierungsmethode, die den größeren Wert liefert, wird benutzt.

Literatur

- (1) L. Bernhard (2000): Integration von GIS und dynamischen Atmosphärenmodellen auf Basis interoperabler objektorientierter Komponenten, *Diplomarbeit*
- (2) W. Brücher, M. Sogalla, M. J. Kerschgens (2003): FOOT3DK-Handbuch
- (3) G. L. Mellor und T. Yamada (1982): Development of a Turbulence Closure Model for Geophysical Fluid Problems, *Rev. Geophys. Space Phys.*, **20**, 851-875
- (4) U. Cubasch (2006): Physikalische Parametrisierung: vertikaler Austausch, *Vorlesung Klimamodellierung*
- (5) G. Gross (1988): A Numerical Study of the Land and Sea Breeze Including Cloud Formation, *Beitr. Phys. Atmosph.*, **59**, 97-114
- (6) P. M. Tag, F. W. Murray und L. R. Kvenig (1979): A Comparison of Several Forms of Eddy Viscosity Parametrization in a Two Dimensional Cloud Model, *J. Appl. Meteorol.*, **19**, 1429-1441
- (7) M. Kriegel (2004): Numerische Simulation von Quellluftsystemen, *KI. Luft- und Kältetechnik*, **12**, 505-510
- (8) Internet (letzter Zugriff 9.12.06): http://max.pi.tu-berlin.de/Lehre/SLII/folien_VL.d/SL_10.internet.pdf
- (9) D. Teuchert, M. Kerschgens: Einsatz eines diagnostischen Strömungsmodells im operationellen Betrieb für die Umgebungsüberwachung im Nahbereich kerntechnischer Anlagen, <http://www.meteo.uni-koeln.de/content/downloads/596.pdf>